

Thema:

"Welche Genauigkeit kann bei der Bestimmung von Rückstellungen unter Berücksichtigung von Prozess-Risiko als auch von Parameter- und Messfehlern erwartet werden?"

Prüfungskolloquium SAV

20. November 2008

Timofei Makarov

# Inhalt

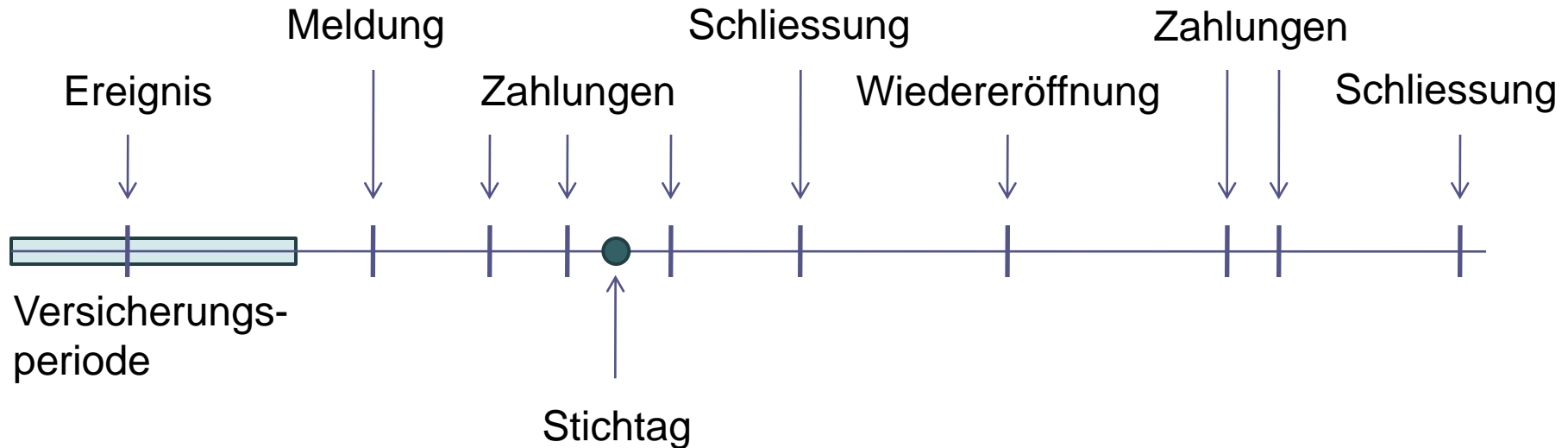
1. Arten von Rückstellungen
2. Schadenprozess und Rückstellungen
3. Schätzung der Rückstellungen
4. Fehlerquellen bei der Reservierung
5. Quantifizierung von Fehlern
  - a. Fehler-/Risikomass
  - b. Reservierungsmethoden
  - c. Unsicherheit Modellrisiko
6. Managen des Modellrisikos: Best Practice
7. Schlussfolgerungen und einige Zahlen

# Arten von Rückstellungen

- Schadenrückstellungen
- Sicherheits- und Schwankungsrückstellungen
- Prämienüberträge
- Rückstellungen für vertragliche Überschussbeteiligungen
- Rentendeckungskapitalien
- Übrige Rückstellungen

*"Richtlinie zu den versicherungstechnischen Rückstellungen in der Schadenversicherung" des BPV (Entwurf vom 23.09.2008)*

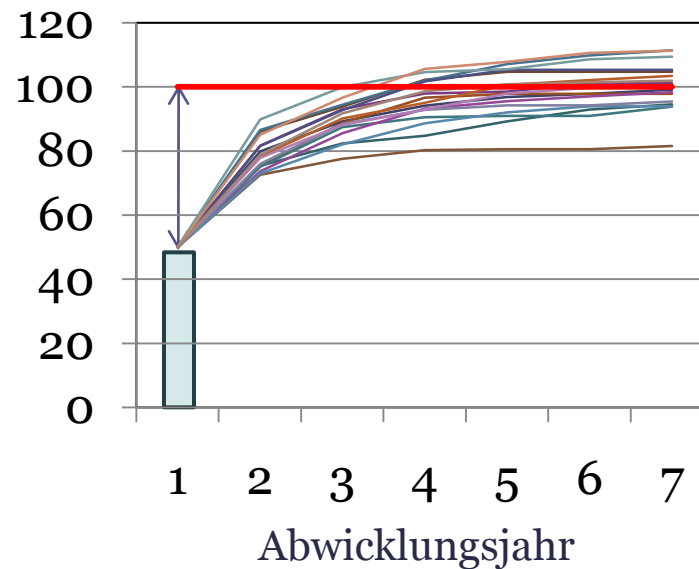
# Schadenprozess und Rückstellungen



**Bedarfsrückstellungen** per Stichtag sind eine Schätzung für sämtliche zukünftige nicht diskontierte Zahlungen und Kosten für versicherte Schäden, die sich vor dem Stichtag ereignet haben.

**Der Grund** für Bedarfsrückstellungen ist das Bedarfsdeckungsverfahren als Finanzierungssystem in der Nichtlebenversicherung.

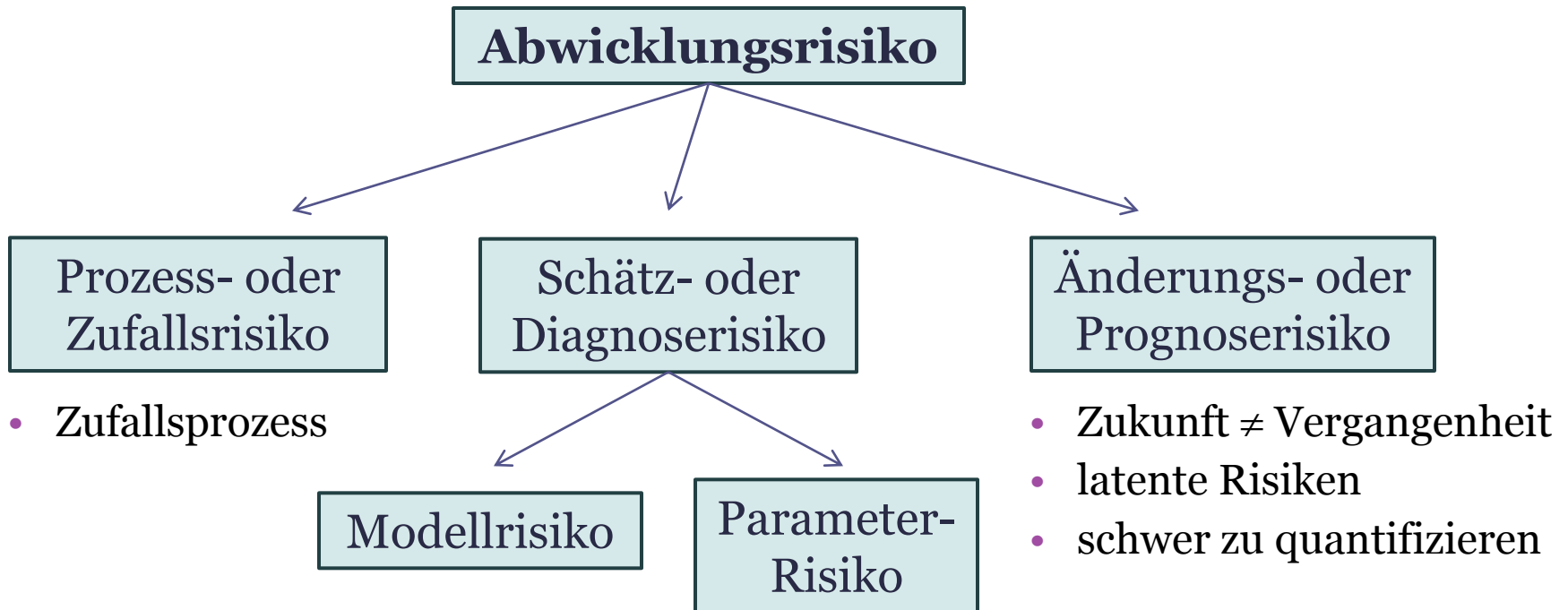
# Schätzung der Rückstellungen



- Best Estimate (*Richtlinien der BPV, SAV*)
  - keine bewussten Verstärkungen oder Unterreservierung
  - bedingt erwartungstreuer Schätzer für bedingten Erwartungswert der zukünftigen Schadenaufwendungen aufgrund der zum Zeitpunkt der Berechnung vorliegenden Informationen:  $\hat{R} = \hat{E}[R|D]$

# Fehlerquellen bei der Reservierung

- **Abwicklungsrisiko: Risiko der Abweichung vom Best Estimate**



# Quantifizierung von Fehlern

## Fehler- / Risikomass

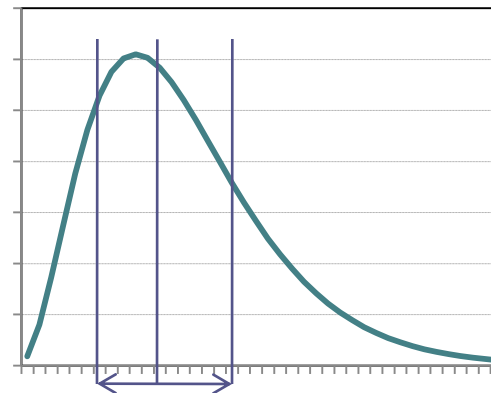
- Mittlerer Quadratischer Fehler

$$\begin{aligned}mse(\hat{R}|D) &= E[(R - \hat{R})^2 | D] = Var[R|D] + (E[R|D] - \hat{R})^2 \\ &= \text{Prozessfehler} + \text{Schätzfehler}\end{aligned}$$

- Standardabweichung, Variationskoeffizient

$$\sigma(\hat{R}) = \sqrt{mse(\hat{R}|D)}, \quad vko(\hat{R}) = \frac{\sigma(\hat{R})}{\hat{R}}$$

- Vertrauensintervall
- Verteilung
- Zeithorizont (1 Jahr, Run-off)



# Quantifizierung von Fehlern

## Reservierungsmethoden

- **Mechanische Verfahren** (Chain-Ladder, Bornhuetter-Ferguson usw.)
  - **Bedarfsrückstellung**
- **Stochastische Modelle** (Mack's Chain-Ladder, GLM, Bootstrapping usw.)
  - **Bedarfsrückstellung**
  - **Mittlerer quadratischer Fehler, Standardabweichung**
  - **Verteilung**
- **Im Rahmen eines stochastischen Modells sind Prozess- und Parameterfehler quantifizierbar**



# Quantifizierung von Fehlern Unsicherheit Modellrisiko

- Unsicherheiten beim Modellrisiko
  - Nicht alle Informationen berücksichtigt
  - Wesentliche Trends nicht erkannt
    - Business Mix
    - Gerichtsurteile
    - Änderungen bei der Schadenbearbeitung
    - usw.
  - Modell ist eine Vereinfachung der Realität
- Modellrisiko ist schwer zu quantifizieren
- In der Praxis ist es möglich das Modellrisiko zu managen

# Managen des Modellrisikos

## Best Practice

- **Verständnis des Geschäftes und des Geschäftsumfeldes**
  - Interne Faktoren (Business Mix, Underwriting, Schadenbearbeitung)
  - Externe Faktoren (Inflation, Gesetzgebung, Wetter)
- **Verständnis der Daten und Datenaufbereitung**
  - Datenqualität (Verwaltungssysteme, Qualitätskontrolle)
  - Homogenitätsprinzip (Gruppierung der Schäden, der Leistungen)
  - Schadengrößen (u. A. Case Reserves, Exposure)
  - Datendarstellung (kumuliert, einzeln)
- **Modellauswahl und –anwendung**
  - Annahmen, Modellauswahl/-bildung
  - Modellanpassung, Tests, Modell ablehnen oder adjustieren
  - Modell anwenden, Modellvorhersage verwenden
- **Erfolgskontrolle**
  - Analyse des Abwicklungsergebnisses

# Managen des Modellrisikos

## Best Practice

- Verständnis des Geschäftes und des Geschäftsumfeldes
  - **Interne Faktoren**
    - Business Mix und Volumen
    - Underwriting, Tarifierung und Vertragsbedingungen
    - Schadendefinition und Schadenbearbeitung
  - **Externe Faktoren**
    - Wirtschaftslage und Inflation
    - Gesetzliche, politische und gesellschaftliche Faktoren
    - Wetter und Naturkatastrophen

# Schlussfolgerung und einige Zahlen

- Vorgehen
  - Best Practice Ansatz systematisch anwenden
  - Bedarfsrückstellung, Prozess- und Parameterfehler im Rahmen des gewählten stochastischen Modells schätzen
  - Für Modellfehler auf externe Untersuchungen zurückgreifen
- Zahlenbeispiel
  - Jahres-Abwicklungsrisiko im Standardmodell Solvency II und Vergleich mit dem Run-off-Abwicklungsrisiko

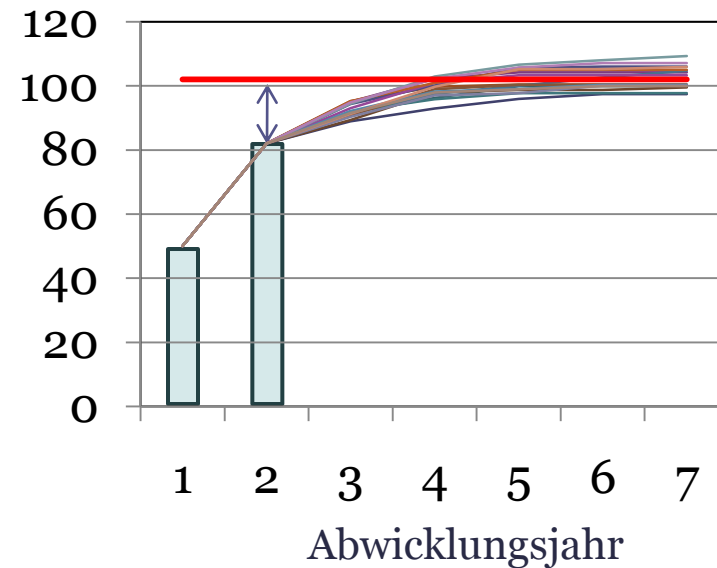
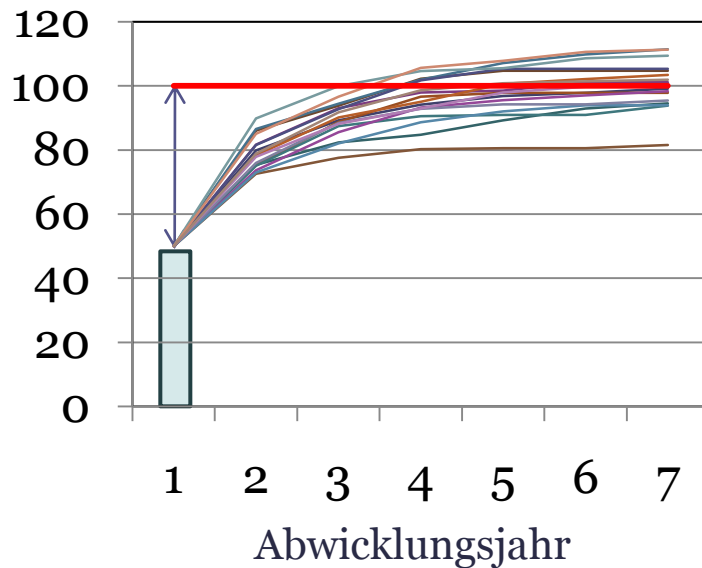
Line of Business	Jahres- Abwicklungsrisiko Solvency II	Jahres-Abwicklungsrisiko in Prozent des Run-off- Abwicklungsrisikos
Short-tailed	7-10%	~ 80-95%
Long-tailed	12-15%	~ 50-65%

$$\frac{\sigma(\hat{R}, 1 \text{ Jahr})}{\hat{R}}$$

$$\frac{\sigma(\hat{R}, 1 \text{ Jahr})}{\sigma(\hat{R}, \text{Run-off})}$$

# Anhang

# Schätzung der Rückstellungen



- Best Estimate (*Richtlinien der BPV, SAV*)
  - keine bewussten Verstärkungen oder Unterreservierung
  - bedingt erwartungstreuer Schätzer für bedingten Erwartungswert der zukünftigen Schadenaufwendungen aufgrund der zum Zeitpunkt der Berechnung vorliegenden Informationen:  $\hat{R} = \hat{E}[R|D]$

# Managen des Modellrisikos

## Best Practice (1)

- Verständnis des Geschäftes und des Geschäftsumfeldes
  - **Interne Faktoren**
    - Business Mix und Volumen
    - Underwriting, Tarifierung und Vertragsbedingungen
    - Schadendefinition und Schadenbearbeitung
  - **Externe Faktoren**
    - Wirtschaftslage und Inflation
    - Gesetzliche, politische und gesellschaftliche Faktoren
    - Wetter und Naturkatastrophen

# Managen des Modellrisikos

## Best Practice (2)

- **Verständnis der Daten und Datenaufbereitung**
  - **Datenqualität**
    - Kenntnisse von Verwaltungssystemen und relevanten Datenbanken
    - Test und Kontrolle der Datenqualität
  - **Gruppierung der Daten nach Homogenitätsprinzip**
    - Gruppierung der Schäden (Lines of Business, Klein vs Gross, Triage usw.)
    - Gruppierung der Leistungen (Sach-, Körper-, Kosten, Regresse usw.)
  - **Schadengrößen**
    - Anzahl Schäden, Schadenstatus, Ereignis-, Melde-, Abschlussdatum
    - Zahlungen, Zahlungsarten
    - Schadenaufwand (Zahlungen + Case Reserves)
    - Exposure: Prämie, Versicherungssumme, Anzahl Jahresrisiken, usw.
    - Zeitliche Komponente
  - **Datendarstellung**
    - Kumuliert (z.B. Abwicklungsdreiecke)
    - Einzeldaten



# Managen des Modellrisikos

## Best Practice (3)

- **Modellaufwahl und -Anwendung**
  - Formulierung der Modellannahmen und Modellauswahl/-bildung
  - Anpassung des Modell an die historischen Daten
  - Anpassungstest und Überprüfung der Modellannahmen
  - Modellablehnen oder Adjustieren
  - Modellanwenden und Modellvorhersage verwenden
- **Erfolgskontrolle**
  - Analyse des Abwicklungsergebnisses

# Chain-Ladder Methode

	1	2	3	4	5
1	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{14}$	$C_{15}$
2	$C_{21}$	$C_{22}$	$C_{23}$	$C_{24}$	
3	$C_{31}$	$C_{32}$	$C_{33}$		
4	$C_{41}$	$C_{42}$			
5	$C_{51}$				
f		$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$

**Früher:** Rein mechanisches Verfahren

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} C_{i,j}}$$

Abwicklungsfaktoren

$$\hat{C}_{in} = C_{i,n+1-i} \cdot \hat{f}_{i,n+1-i} \cdot \dots \cdot \hat{f}_{i,n-1}, \quad 2 \leq i \leq n$$

Nur Punktschätzer, keine Angaben zum Standardfehler

# Mack's Chain-Ladder

**Mack (1993):** Stochastisches Framework für Chain-Ladder

CL1: Es existieren Faktoren  $f_j$  mit  $E[C_{i,j+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = f_j \cdot C_{ij}$

CL2: Die Ereignisjahre sind unabhängig

CL3:  $V[C_{i,j+1}|C_{i1}, \dots, C_{ij}] = \sigma_j^2 \cdot C_{ij}$

- Verteilungsfrei: nur zwei ersten Momente der Verteilung definiert
- Schätzer für Mittleren Quadratischen Fehler

$$\overline{mse}(\hat{R}) = \text{Prozessfehler} + \text{Schätzfehler}$$

# Mack's Chain-Ladder als GLM

Mack's Modell als Modell für Abwicklungsfaktoren umformulieren:

$$E \left[ \frac{C_{ij}}{C_{i,j-1}} \right] = E[F_{ij}] = f_j, \quad V \left[ \frac{C_{ij}}{C_{i,j-1}} \right] = V[F_{ij}] = \frac{\sigma_j^2}{w_{ij}}$$

wobei  $w_{ij} = C_{i,j-1}$  und  $F_{ij} = \frac{C_{ij}}{C_{i,j-1}}$

$$F_{ij} \sim N \left( f_j, \frac{\sigma_j^2}{w_{ij}} \right)$$

- GLM mit Normalverteilung und Gewichten  $w_{ij}$

$$\mu_j = E[F_{ij}] = f_j$$

- Identity-Link Funktion, ein Faktormodell

# GLM in der Reservierung (1)

## Poisson Modell

$S_{ij}$  - Inkrementelle Daten (z.B. Anzahl Schäden) im Ereignisjahr  $i$  und Abwicklungsjahr  $j$  :

$$S_{ij} \sim \text{Poisson}(\lambda_{ij})$$

$$\mu_{ij} = E[S_{ij}] = \lambda_{ij} = x_i \cdot y_j$$

$$\eta_{ij} = \log(\mu_{ij})$$

$$\eta_{ij} = c + a_i + b_j$$

- Annahme der Poisson-Verteilung
- multiplikative Struktur
- Log Linkfunktion
- Liefert Chain-Ladder Ergebnisse

Andere Beispiele Modellstruktur:

$$\eta_{ij} = c + a_i + b \cdot t + d \cdot \log(t)$$

$$\eta_{ij} = c + a_i + s_1(t) + s_2(\log(t))$$

- Hoerl Kurve
- Smoother

# GLM in der Reservierung (2)

- Übersicht GLM Modelle
  - Poisson
  - Over-dispersed Poisson
  - Negativ Binomial
  - Mack's Modell (Normal GLM)
  - Lognormal
  - Gamma