

Prüfungsprotokoll:

Ausgewählte Kapitel der Lebensversicherungsmathematik

ETH Zürich, August 2013, Prof. Dr. Koller

Exam 1

- Definition CK equation + proof in detail.
- Thiele difference equation + proof in detail. Important to understand what the N_{ij} are.

Exam "Selected Topics of Life Insurance"

Prof: Koller, February 2015

1. Explain GMDB and GMAB (only in words, no formulas)

2. What is a Martingale?

X_t stochastic process with $E[X_t | \mathcal{F}_s] = X_s$

3. How is a Brownian Motion defined?

a) $X_0 = 0$

b) independent and stationary increments

c) $X_t \sim N(0, t)$

4. Show, that a Brownian Motion is a Martingale

$$E[X_t | \mathcal{F}_x] = E[X_s + (X_t - X_s) | \mathcal{F}_x] = E[X_s | \mathcal{F}_x] = X_s$$

This is true because the increment $X_t - X_s$ is stationary and independent.

5. Give a possible model for a shareprice

$$\text{Geometric Brownian motion: } dS = \mu S dt + \sigma S dW$$

Thus the share price is given by: $S(t) = S(0) \exp((\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W(t))$

6. For a GMDB, what is the premium under this model?

$$C(T) = \max\{N(t)S(T), G(T)\}$$

$$V(0) = \int_T E^Q[e^{-\delta t} C(t)] * p_{**}(x, x+t) * \mu_{*t}(x+t) dt !$$

7. What is the solution of the integral?

I didn't know the answer, so the next question was:

8. How do you integrate such a maximum?

Split the integral into two terms - need to know where the cross

9. If you have an equivalent martingale measure, what happens to the term h in $S(t) = S(0) * \exp((h - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W(t))$?

It gets shifted to zero: If you have an equivalent martingale measure, you use a Radon-Nikodym density, that shifts the density distribution. The term h is shifted to zero for a risk free measure.

10. Assume X is standard normal distributed. What is $E[e^{\lambda X}]$?

Calculate the integral with quadratic completion

11. What is the Thiele's Differential equation for a GMDB?

(see script for solution, he wants to hear that one part is the stochastic part)

AK LV (Aug 2009)

- CK-Gleichung aufgeschrieben, erklären und beweisen
- Kolmogorovsche Gleichungen aufzeichnen und beweisen, Nutzen der Gleichungen?
- Definition DK und Thiele Differenzgleichungen (ohne Beweis)
- Theorem von Hattendorf mit Beweis

Die Prüfungsfragen war absolut standardmässig. Wie erwartet. Herr Koller hat in der Vorlesung bereits betont, was ihm wichtig ist und was man an der Prüfung können muss. Danach einfach die Fragen auf einem Blatt Papier aufschreiben und er schaut zu. War recht einfach eine genügende Note zu holen.

Prüfungsprotokoll: Ausgewählte Kapitel der Lebensversicherungsmathematik
Michael Koller, 21.8.2009

Was ist ein Markovmodell / Reguläres Versicherungsmodell?

Wie sind die Auszahlungsfunktionen definiert (allgemein)?

Beschreiben Sie die Markoveigenschaft? Mathemat. Definition?

Wichtige Gleichung im Markovmodell? → Chapman-Kolmogorov Gleichungen (inkl. Beweis!)

Wie lauten die Kolmogorov Vor- und Rückwärtsgleichungen (inkl. Beweis)?

Was ist $\Lambda(t)$? Generator, Matrix der Übergangswahrscheinl....

Wie ist das Deckungskapital definiert?

Gleichung um das DK zu berechnen? → Thielsche Differenzgleichung (inkl. Beweis)
Da ich den Beweis nicht konnte habe ich die wichtigsten Schritte genannt (Markoveig. , Auszahlfkt. Von beschr. Variation und reguläre Markovkette). Das hat ihm aber nicht gereicht und er wollte den Beweis mit dem Lemma... Da ich das nicht wusste:

Wie lautet das Hattendorff'sche Theorem? (inkl. Beweis und warum $M(t)$ ein Martingal ist)
Ich habe die Def. von $M(t)$ hingeschrieben aber er wollte wissen warum man den bedingten Erwartungswert so schreiben kann.. Keine Ahnung was er meinte und ich durfte dann noch die erste Aussage des Theorems beweisen bis die Zeit um war.

Bei mir war er erstaunlich nett. Vieles musste ich allerdings mehrere Male sagen da er zu stark durch seinen Laptop abgelenkt war... Zudem hatte er einige erstaunlich mathematische Zwischenfragen, wie zum Beispiel warum der Grenzwert beim Beweis der Vor- und Rückwärtsgleichungen existiert.

=====

Prüfung AK der Lebensvers.Mathe (Koller)

- reguläres Versicherungsmodell
- Zinsintensität=0.05, wieviel ist dann ungefähr der Zins
- Chapman-Kolmogorov mit Beweis
- wie ist das Deckungskapital definiert
- Thielsche Differenzgleichungen
- welche Eigenschaften hat man benützt um diese resp. die Thielsche Differentialglg herzuleiten?
- > Markoveigenschaft von X_t und das die Auszahlungsfkt. von beschränkter Variation sind(?) (damit hat er sich zufrieden gegeben)
- unterjährige Renten: wie kommt man auf die Rekursion fürs ganze Jahr?
- > Formel hinschreiben und dann Taylorentwicklung sagen...

=====

Prüfungsprotokoll: Ausgewählte Kapitel der Lebensversicherungsmathematik
Michael Koller, 21.8.2009

Was ist ein Markovmodell?

Beschreiben Sie die Markoveigenschaft?

Welche Zustände gibt es in der Lebensversicherung typischerweise?

Wie lauten die Chapman-Kolmogorov Gleichungen (inkl. Beweis!)

Wie sind die Übergangintensitäten definiert?

Wie lauten die Kolmogorov Vor- und Rückwärtsgleichungen (inkl. Beweis)?

Schreiben Sie die Thielsche Differenzgleichung auf!

Wie lautet das Hattendorff'sche Theorem? (inkl. Beweis)

=====

Prüfung AK der Lebensvers.Mathe (Koller)

21.08.2009

- Markovmodell der Lebensversicherung
(über Markovprozess, Zustandsraum, Übergangswkt. und Auszahlungsfunktionen erzählt)
- Beweis Chapman-Kolmogorov
- Kolmogorovsche Diffgleichungen
(Rückwärtsgleichung hingeschrieben und Frage beantwortet wozu die Gleichung zu gebrauchen sind – zeigen, dass die Übergangintensitäten die Übergangswkt eindeutig bestimmen; mehr wollte er zu dem Thema nicht wissen)
- Definition DK
habe erst nachgefragt welche Defition genau er sehen möchte, hat sich dann mit der Definition der propesktiven Reserve unter $X(t) = j$ zu frieden gegeben
- Thielsche Differenzgleichung
hinschreiben und dann wollte er ein Beispiel wissen, habe eine einfache Rentenversicherung gewählt; bei meinen Erklärungen, dass der Übergang in den Zustand „Tod“ keine Rolle spielt (weil keine Zahlungen und kein DK) hat er komisch geschaut; als ich dann angefangen habe, den Teil für den Übergang im Zustand „Leben“ hinzuschreiben, hat er in der Mitte unterbrochen und gesagt „ist ok“
- Theorem von Hattendorf
Habe die Aussae für Erwartungswert und Kovarianz erzählt (Aussage zur Varianz eines Verlustes (quadratische Variation) habe ich nicht erwähnt – er hat auch nicht nachgefragt) die Gleichung für den Erwartungswert durfte ich dann noch beweisen, bei der Kovarianz reicht die Bemerkung, dass das Vorgehen ähnlich sei, aus
- Fondgebunde Policen mit Garantie, „Was ist da zu beachten?“
Habe geantwortet, dass die Auszahlung von dem Wert des Fonds abhängt und (zusammenhanglos) die Formel $C(t) = \max\{ S(t), G(t)\}$ hingeschrieben.
Nächste Frage: „Was muss ich bei der Bewertung so einer Police beachten?“
Antwort: äquivalentes Martingalmass benutzen
Frage „Gibt's das immer?“
Antwort „hängt mit Arbitragfreiheit und konsistent Preissystem zusammen (Existenz dieser Situationen ist äquivalent)
Frage: „Es gibt also 0, 1, 2, 3 viele äquivalente Maritingalmasse?“
Antwort: Nein, 2, 3 geht nicht, da entweder 0,1, viele ☺,
Frage „Warum“
Antwort: Stichwort Konvexkombination reicht ihm

Das wars.

Einmal war ihm meine Schrift zu klein (aber er sass auch etwas weiter weg, damit er an seinem Laptop „rumspielen“ konnte) . war aber kein wirkliches Problem.

Hallo zusammen

28.03.2007

habe grade meine LV Prüfungen hinter mir und bestanden...:)

Für die, die es noch vor sich haben, mein Protokoll:

LV I + II:

- Gemischte Versicherung: Herleitung mit ZV Z und Erwartungswert, Berechnung mit Kommutationszahlen, Berechnung der Varianz (Welches Risiko ist kleiner: Zwei Personen (eine temp. Todesfall und eine Erlebensfall) oder eine Person mit beiden Versicherungen (gemischte Vers.)
- Rekursion für Deckungskapital der gemischten Versicherung: Sparprämie und Risikoprämie erklären.
- Modell für Witwenrente nach Kollektivtarif: Modell aufschreiben und neue Einflussfaktoren (W'keit verheiratet zu sein und Durchschnittsalter der/des Rentenempfängers erklären...
- Gesamtschadenverteilung: Wofür wichtig (Risiko bestimmen, RV Prämie)? Wie berechnen (Normalverteilungsapproximation, Faltung oder compound Poisson mit Panjer...
- Modell der IV-Versicherung: IV erklären, wichtige Einflussgrößen aufzählen und Modell aufzeichnen

AK Leben:

- Markovmodell
- Beweis Chapman-Kolmogorov
- Auszahlungsfunktionen für IV-Modell von oben
- Rekursion für Deckungskapital (Thiele...)
- Theorem von Hattendorf: Aussage und Beweis...

Gruss

Prüfungsart Mathematik, Teil B

Prüfungssession Herbst 2005

Fach AK der Lebensversicherungsmathematik

DozentIn Dr. M. Koller

- Markovmodell
- CK-Gleichung mit Beweis mündlich
- Def. Deckungskapital
- Ist DK für invalide oder gesunde Person grösser?
- Thielsche Differenzgleichungen
- Thielsche Differentialgleichungen und Terme erklären
- Invaliditätsversicherung: Zustände der IV, Unterschiede des DK mit/ohne Reaktivierung?

Stochastische Modelle in der LV

FRAGE

ANTWORT

1. Grafik einer Invalidenversicherung. Modell beschreiben und wie kann man das rechnen?
Kleine Zeichnung der Zustände, definiere die infinitesimale W'keiten, mittel C-K berechne die $p_{ij}(x)$, definiere $a_*(x)$ und $a_{\square}(x)$ und dann berechnung mittels Thielsche Differenzengleichung (diskreter Fall)
2. Thielsche Differenzengleichung?
 $V_i^+(t) = \dots$ (+ Erklärung der Termen)
3. Wie lautet die C-K Gleichung?
 $p_{ik}(s,u) = \dots$
4. Beweis der C-K?
?? (\rightarrow Lösung = Durchrechnen und kleine Trick, s. Skript)
5. Unterjährige Renten?
Erklärung und Lösung des Beispiels im Kap.4 (vierjährige Rente, Taylor approximation....)